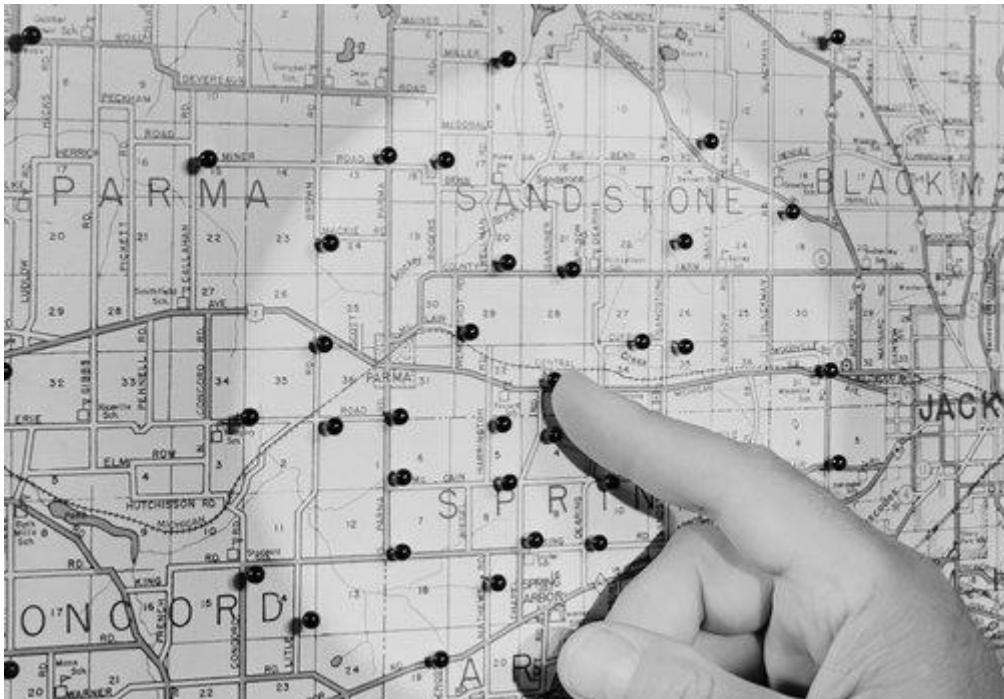


«ΕΙΔΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ»

Ακαδημαϊκό έτος: 2006-2007

Άσκηση: «Πολυκριτήρια Μέθοδος UTADIS»



Στοιχεία Φοιτητή:

Ζυγομήτρος Αθανάσιος Π|04173 thor4bp@gmail.com

Υπεύθυνος Καθηγητής: Σίσκος Ι.

Φεβρουάριος 2007
Πανεπιστήμιο Πειραιά - Τμήμα Πληροφορικής

Περιεχόμενα

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ	2
0 ΕΙΣΑΓΩΓΗ	3
1 Η ΜΕΘΟΔΟΣ UTADIS	4
ΑΝΑΛΥΣΗ ΜΕΤΑΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ (POST OPTIMALITY ANALYSIS)	6
2 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ	8
3 ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ	9
ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ ΤΗΣ ΑΠΟΦΑΣΗΣ	9
<i>Σύνολο δράσεων</i>	9
<i>Καθορισμός προβληματικής</i>	9
ΣΥΝΕΠΗ ΟΙΚΟΓΕΝΕΙΑ ΚΡΙΤΗΡΙΩΝ	10
ΠΡΟΚΑΘΟΡΙΣΜΕΝΕΣ ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ	10
ΚΑΤΑΣΤΗΜΑΤΑ ΑΝΑΦΟΡΑΣ	11
ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΟΥ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΕΠΙΛΥΣΗ	11
ΜΕΤΑΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΛΥΣΗΣ	13
ΚΑΤΑΤΑΞΗ ΣΕ ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ	18
4 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	19

0 Εισαγωγή

Η παρούσα εργασία έχει ως σκοπό να παρουσιάσει την πολυκριτήρια μέθοδο UTADIS που χρησιμοποιείται για την ταξινόμηση ενός συνόλου εναλλακτικών λύσεων σε προκαθορισμένες ομάδες. Κατόπιν θα παρουσιαστεί ένα παράδειγμα εφαρμογής της μεθόδου όπου θα καταταχτούν σε 3 προκαθορισμένες ομάδες μια σειρά καταστημάτων προς αξιολόγηση. Για την λύση των γραμμικών προγραμμάτων που προκύπτουν κατά την εφαρμογή της μεθόδου χρησιμοποιούμε το λογισμικό ανοικτού κώδικα (open source) LpSolve 5.5 ένα από τα καλύτερα στο είδος του και με δυνατότητες που συναγωνίζεται τα επαγγελματικά πακέτα εφαρμογών.

1 Η μέθοδος UTADIS

Η UTADIS είναι μια πολυκριτήρια μέθοδος η οποία μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την ταξινόμηση ενός συνόλου εναλλακτικών λύσεων σε προκαθορισμένες ομάδες. Οι ομάδες αυτές καθορίζονται από τον αποφασίζοντα έτσι ώστε να εναρμονίζονται με τον σκοπό της απόφασης του. Τούτο επιτυγχάνεται συνήθως με ερωτήσεις προς τον αποφασίζοντα ή με ερωτηματολόγιο, κλπ. Τέτοια προβλήματα ταξινόμησης συναντώνται συχνά στη χρηματοοικονομική διοίκηση. Για παράδειγμα, στην πρόβλεψη πτώχευσης επιχειρήσεων, όπου ως δύο ομάδες επιχειρήσεων συνήθως ορίζονται οι πτωχευμένες και οι μη-πτώχευμένες επιχειρήσεις. Στην αξιολόγηση δανείων, οι επιχειρήσεις που είναι υποψήφιες για δανεισμό κατατάσσονται στις αποδεκτές για παροχή δανείου και στις μη αποδεκτές. Στην αξιολόγηση κινδύνου χωρών, οι χώρες ταξινομούνται σε αυτές που θεωρούνται υψηλού κινδύνου και επομένως απαιτείται αναδιάρθρωση των δανειακών τους υποχρεώσεων και σε αυτές που χαρακτηρίζονται ως χαμηλού κινδύνου και άρα δεν απαιτείται ανασύσταση των δανείων τους. Σε πολλά από αυτά τα χρηματοοικονομικά προβλήματα, η προσθήκη επιπλέον ομάδων θεωρείται ότι προσδίδει περισσότερη ευελιξία στη λήψη αποφάσεων καθόσον η ταξινόμηση σε δύο ομάδες περιορίζει τη λήψη αποφάσεων. Με αυτή την έννοια, οι επιχειρήσεις που βρίσκονται σε άσχημη χρηματοοικονομική κατάσταση και οι οποίες επιτυγχάνουν να βελτιωθούν θα πρέπει να διακριθούν από αυτές που τελικά οδηγούνται σε πτώχευση δημιουργώντας έτσι τρεις ομάδες επιχειρήσεων στο πρόβλημα της πρόβλεψης χρηματοοικονομικής αποτυχίας, ήτοι τις χρηματοοικονομικά δυναμικές επιχειρήσεις, τις χρηματοοικονομικά μέτριες οι οποίες όμως επιτυγχάνουν να βελτιωθούν και τις πτωχευμένες επιχειρήσεις.

Η μέθοδος UTADIS προέρχεται από την αναλυτική-συνθετική προσέγγιση (preference disaggregation analysis). Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή, αρχικά χρησιμοποιείται ένα σύνολο αναφοράς αποτελούμενο από εναλλακτικές λύσεις οι οποίες αξιολογούνται από τον αποφασίζοντα και ταξινομούνται σε ομάδες ανάλογα με τις προτιμήσεις του, τις εμπειρίες του και το σκοπό της ανάλυσης. Στη συνέχεια με τη χρήση τεχνικών γραμμικού προγραμματισμού αναπτύσσεται μία συνάρτηση προσθετικής χρησιμότητας και γίνεται ο υπολογισμός των κατάλληλων ορίων χρησιμότητας έτσι ώστε να επιτευχθεί η ταξινόμηση των εναλλακτικών λύσεων στις ομάδες στις οποίες ανήκουν με το ελάχιστο σφάλμα ταξινόμησης. Παρόμοια μεθοδολογία ακολουθείται και στις περιπτώσεις όπου απαιτείται κατάταξη των εναλλακτικών ενεργειών από τις καλύτερες προς τις χειρότερες.

Το πρόβλημα της ταξινόμησης σε ομοιογενείς προκαθορισμένες ομάδες στη μέθοδο UTADIS διατυπώνεται μαθηματικά ως εξής :

Υπάρχει ένα σύνολο αναφοράς A το οποίο περιλαμβάνει π εναλλακτικές λύσεις $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ οι οποίες αξιολογούνται βάσει m κριτηρίων g_1, g_2, \dots, g_m . Σκοπός είναι η ταξινόμηση των εναλλακτικών λύσεων σε q διατεταγμένες ομάδες C_1, C_2, \dots, C_q έτσι ώστε η ομάδα C_k προτιμάται της ομάδας C_{k+1} . Η μορφή της προσθετικής συνάρτησης χρησιμότητας η οποία αναπτύσσεται μέσω της μεθόδου UTADIS είναι η ακόλουθη:

$$U(a) = \sum_{i=1}^m u_i[g_i(a)]$$

όπου $U(a)$ είναι η ολική χρησιμότητα μιας εναλλακτικής ενέργειας $a \in A$ και $u_i[g_i(a)]$ είναι η μερική χρησιμότητα της εναλλακτικής a στο κριτήριο αξιολόγησης g_i . Η ταξινόμηση των εναλλακτικών στις προκαθορισμένες ομάδες επιτυγχάνεται συγκρίνοντας την ολική τους χρησιμότητα με τα όρια χρησιμοτήτων u_1, u_2, \dots, u_{q-1} που διαχωρίζουν τις ομάδες ως εξής:

$$u(a) \geq u_1 \Rightarrow a \in C_1$$

$$u_2 \leq u(a) < u_1 \Rightarrow a \in C_2$$

.....

$$u_k \leq u(a) < u_{k-1} \Rightarrow a \in C_k$$

.....

$$u(a) < u_{q-1} \Rightarrow a \in C_q$$

όριο χρησιμότητας u_k διαχωρίζει τις ομάδες C_k και C_{k+1}

Η εκτίμηση τόσο της προσθετικής συνάρτησης χρησιμότητας (μέσω της οποίας υπολογίζονται οι ολικές χρησιμότητες των εναλλακτικών) όσο και των ορίων χρησιμοτήτων επιτυγχάνονται μέσω της επίλυσης του ακόλουθου γραμμικού προγράμματος:

Ελαχιστοποίηση

$$F = \sum_{a \in C_1} \sigma^+(a) + \dots + \sum_{a \in C_k} [\sigma^+(a) + \sigma^-(a)] + \dots + \sum_{a \in C_q} \sigma^-(a)$$

υπό τους περιορισμούς:

$$\sum_{i=1}^m u_i[g_i(a)] - u_i + \sigma^+(a) \geq 0 \quad \forall a \in C_1$$

$$\sum_{i=1}^m u_i[g_i(a)] - u_{k-1} - \sigma^-(a) \leq -\delta \quad \forall a \in C_k$$

$$\sum_{i=1}^m u_i[g_i(a)] - u_k + \sigma^+(a) \geq 0 \quad \forall a \in C_k$$

$$\sum_{i=1}^m u_i [g_i(a)] - u_{q-1} - \sigma^-(a) \leq -\delta \quad \forall a \in C_q$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{a_i-1} w_{ij} = 1$$

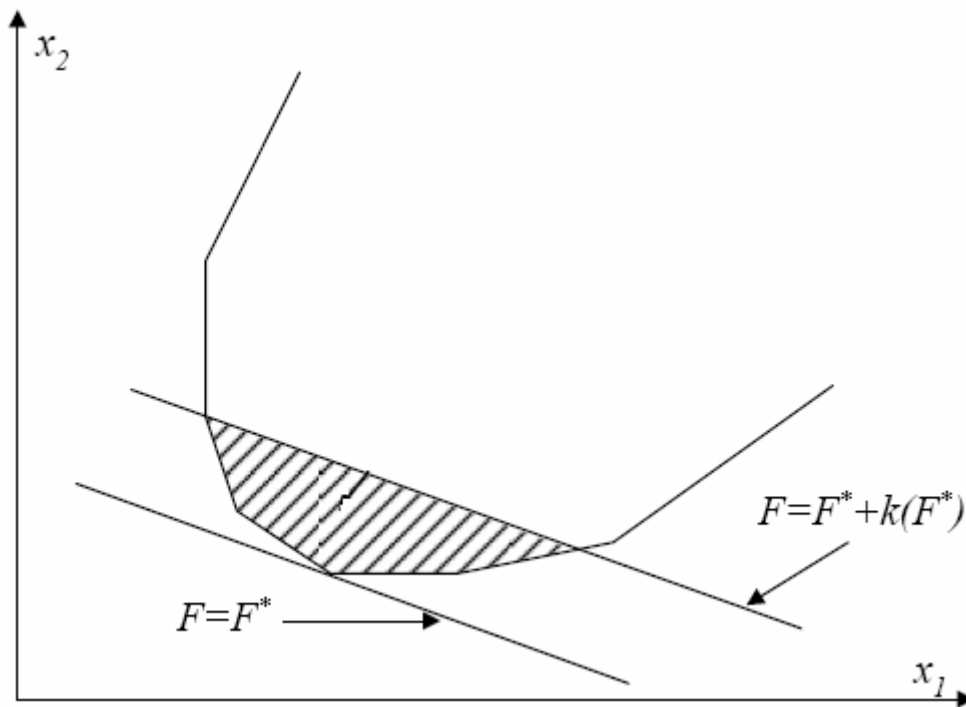
$$u_{k-1} - u_k \geq s \quad k=2, 3, \dots, q-1$$

$$w_{ij} \geq 0, \quad \sigma^+(a) \geq 0, \quad \sigma^-(a) \geq 0$$

Ως $\sigma^+(a)$ και $\sigma^-(a)$ συμβολίζονται τα σφάλματα ταξινόμησης (σφάλμα υπερεκτίμησης και σφάλμα υποεκτίμησης, αντίστοιχα), ενώ δ και s είναι θετικές σταθερές ($s > \delta > 0$) οι οποίες χρησιμοποιούνται για να εξασφαλιστεί ότι $u(a) < u_{k-1}$ και $u_{k-1} > u_k$, αντίστοιχα. Το μοντέλο ταξινόμησης (προσθετική συνάρτηση χρησιμότητας και όρια χρησιμότητας) που αναπτύσσεται μέσω του παραπάνω γραμμικού προγράμματος εφόσον κριθεί ικανοποιητικό από τον αποφασίζοντα μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την άμεση αξιολόγηση και ταξινόμηση νέων εναλλακτικών ενεργειών σε πραγματικό χρόνο.

Ανάλυση μεταβελτιστοποίησης (Post Optimality Analysis)

Σε αυτό το στάδιο εξετάζεται η ύπαρξη πολλαπλών βέλτιστων ή σχεδόν βέλτιστων λύσεων που αποδίδουν τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης μικρότερες του $F^* + k(F^*)$, όπου F^* είναι η βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης μετά την λύση του παραπάνω γραμμικού προβλήματος ενώ το $k(F^*)$ είναι ένα μικρό τμήμα της βέλτιστης αυτής τιμής.



Έτσι η αντικειμενική συνάρτηση του παραπάνω γραμμικού προβλήματος μετατρέπεται σε ένα ακόμα περιορισμό της μορφής

$$\sum_{a \in C_1} \sigma^+(\alpha) + \dots + \sum_{a \in C_k} [\sigma^+(\alpha) + \sigma^-(\alpha)] + \dots + \sum_{a \in C_q} \sigma^-(\alpha) \leq F^* + k(F^*)$$

Έτσι η νέα αντικειμενική συνάρτηση αφορά την μεγιστοποίηση και ελαχιστοποίηση των βαρών των κριτηρίων και των ορίων χρησιμότητας :

$$\max_i \left[\sum_{j=1}^{a_i-1} w_{ij} + \sum_{k=1}^{q-1} u_k \right]$$

και

$$\min_i \left[\sum_{j=1}^{a_i-1} w_{ij} + \sum_{k=1}^{q-1} u_k \right] \text{ για } \forall i$$

2 Περιγραφή προβλήματος

Μεγάλος κατασκευαστής προϊόντων επίπλωσης γραφείου αποφάσισε την αξιολόγηση των 8 συνεργαζόμενων καταστημάτων μέσω των οποίων εξασφαλίζεται η διάθεση των προϊόντων του στο Νομό Αττικής. Στόχος της αξιολόγησης είναι η βελτίωση της ποιότητας των υπηρεσιών προς τους πελάτες καθώς και η σύσφιξη της συνεργασίας της εταιρείας με τα σημεία πώλησης.

3 Μοντελοποίηση

Παρακάτω παρουσιάζονται τα στάδια της μοντελοποίησης του προβλήματος.

Αντικείμενο της απόφασης

Σύνολο δράσεων

Ορίζουμε το σύνολο \mathcal{A} που περιέχει τις εναλλακτικές λύσεις, τα 8 καταστήματα που θα κατηγοριοποιηθούν :

$$\mathcal{A} = \{ K1, K2, K3, K4, K5, K6, K7, K8, \}$$

Κωδικός Καστήματος	Τζίρος(χιλ. €)	Κατάστημα	Μάνατζμεντ
K1	40	A	B
K2	130	Γ	A
K3	80	B	A
K4	30	A	A
K5	70	B	Γ
K6	150	Γ	Γ
K7	60	B	B
K8	180	Γ	B

Καθορισμός προβληματικής

Έχουμε να αντιστοιχίσουμε την κάθε δράση από το σύνολο \mathcal{A} σε μια προκαθορισμένη κατηγορία. Οπότε, πρόκειται για προβληματική β : κατηγοριοποίηση.

Συνεπή οικογένεια κριτηρίων

Ως κριτήρια αξιολόγησης των καταστημάτων ορίστηκαν τα εξής:

Κριτήριο 1: Μέσος μηνιαίος κύκλος εργασιών (τζίρος) του καταστήματος (κλίμακα: 0 – 200 χιλ.€).

Κριτήριο 2: Το κατάστημα (περιοχή, εμφάνιση εγκαταστάσεων, πάρκινγκ, προβολή του κατασκευαστή στο κατάστημα,...) με την ακόλουθη κλίμακα βαθμολόγησης:

A: Εξαιρετικές εγκαταστάσεις

B: Μέτριες εγκαταστάσεις

Γ: Προβληματικές εγκαταστάσεις

Κριτήριο 3: Το μάνατζμεντ του καταστήματος (διεύθυνση, στρατηγική πωλήσεων, οικονομική διαχείριση, προώθηση της μάρκας,...) με την ακόλουθη κλίμακα:

A: Πολύ αποτελεσματικό

B: Αποτελεσματικό αλλά με ελλείψεις

Γ: Ανεπαρκές έως προβληματικό

Προκαθορισμένες Κατηγορίες

Οι προκαθορισμένες κατηγορίες που ορίστηκαν ήταν οι εξής :

Κατηγορία (ΝΑΙ) : σε αυτή την κατηγορία ανήκουν τα καταστήματα τα οποία ο αποφασίζων πιστεύει ότι θα πρέπει να συνεργαστεί.

Κατηγορία (?) : σε αυτή την κατηγορία ανήκουν τα καταστήματα τα οποία ο αποφασίζων δεν μπορεί να αποφασίσει με σιγουριά αν θα συνεργαστεί ή όχι και θέλει να τα εξετάσει σε μια δεύτερη φάση πιο αναλυτικά.

Κατηγορία (ΟΧΙ) : σε αυτή την κατηγορία ανήκουν τα καταστήματα τα οποία ο αποφασίζων είναι σίγουρος ότι δεν επιθυμεί να συνεργαστεί.

Καταστήματα Αναφοράς

Ο αποφασίζων ρωτήθηκε από τον αναλυτή του προβλήματος να ταξινομήσει στις προκαθορισμένες κατηγορίες ένα υποθετικό σύνολο από καταστήματα. Ο αποφασίζων έδωσε τις παρακάτω απαντήσεις που βρίσκονται στον πίνακα και σύμφωνα με αυτές έγινε και η μοντελοποίηση του προβλήματος..

Κωδικός Καταστήματος	Τζίρος(χιλ. €) g_1	Κατάστημα g_2	Μάνατζμεντ g_3	Αποφαση
A1	180	B	A	ΝΑΙ
A2	200	B	B	ΝΑΙ
A3	40	A	A	?
A4	80	A	A	ΝΑΙ
A5	100	B	Γ	?
A6	70	Γ	B	ΟΧΙ
A7	120	Γ	Γ	ΟΧΙ

Μοντελοποίηση του γραμμικού προβλήματος και επίλυση

Σύμφωνα με την μέθοδο UTADIS ελαχιστοποιούμε τα σφάλματα υποεκτίμησης και υπερεκτίμησης ($\min: s_1 + s_2 + s_4 + s_3 + si_3 + s_5 + si_5 + si_6 + si_7$;) και με γραμμική παρεμβολή υπολογίζουμε τους συντελεστές των w_{ij}

$$\text{Τζίρος} = [g_1^*, g_1^*] = [w_{10}, w_{11}, w_{12}, w_{13}, w_{14}] = [0, 50, 100, 150, 200]$$

$$\text{Κατάστημα} = [g_2^*, g_2^*] = [w_{20}, w_{21}, w_{22}] = [\Gamma, B, A]$$

$$\text{Μάνατζμεντ} = [g_3^*, g_3^*] = [w_{30}, w_{31}, w_{32}] = [\Gamma, B, A]$$

Όπου τα w_{10}, w_{20}, w_{30} η χρησιμότητα τους ισούται με το μηδέν οπότε μπορούν να μην εισαχθούν στο γραμμικό πρόβλημα.

Έτσι προκύπτει το εξής γραμμικό πρόβλημα προς επίλυση

```

/* Objective function */
min: s1 + s2 + s4 + s3 + si3 + s5 + si5 + si6 + si7 ;
/* Variable bounds */
c1:   w11 +   w12 +   w13 + 0.6 w14 + w21 +   w31   + w32 - u1 + s1  >= 0 ;
c2:   w11 +   w12 +   w13 +   w14 + w21 +   w31   - u1 + s2  >= 0 ;
c4:   w11 + 0.6 w12 +                               w21 + w22 + w31 + w32 - u1 + s4  >= 0 ;
c6:   - w11 - 0.4 w12 -                               w31   + u2 + si6  >= 0.1 ;
c7:   - w11 -   w12 - 0.2 w13                               + u2 + si7  >= 0.1 ;
c3a: -0.8 w11 -                               w21 - w22 - w31 - w32 + u1 + si3  >= 0.1 ;
c3b:  0.8 w11 +                               w21 + w22 + w31 + w32 - u2 + s3  >= 0.1 ;
c5a:  - w11 -   w12 -                               w21   + u1 + si5  >= 0.1 ;
c5b:   w11 +   w12 +                               w21   - u2 + s5  >= 0.1 ;
c0:   w11 +   w12 +   w13 +   w14 + w21 + w22 + w31 + w32 = 1 ;
c10: u1 - u2 >= 0.11 ;

```

Και στην συνέχεια το εισάγουμε στο λογισμικό LPSolve για την επίλυση του.

The screenshot shows the LPSolve IDE interface. The main window displays the LP model code, which is identical to the one shown in the previous block. Below the code, the 'Result' tab is active, showing the solution for each constraint. The constraints are listed with their respective coefficients and values, along with the resource usage for each constraint.

Constraint	Value	Resource	Usage	Status
c1	180	B	A	NAI*/
c2	200	B	B	NAI*/
c4	80	A	A	NAI*/
c6	70	Γ	B	OXI*/
c7	120	Γ	Γ	OXI*/
c3a	40	A	A	?*/
c3b	100	B	Γ	?*/
c0	1			
c10	0.11			

The status 'NAI*' indicates that the constraint is not active at the optimal solution, while 'OXI*' indicates it is active. '?' indicates that the status is uncertain or not determined.

Η λύση του παραπάνω γραμμικού προβλήματος είναι η εξής

Variables	result
	0
s1	0
s2	0
s4	0
s3	0
si3	0
s5	0
si5	0
si6	0
si7	0
w11	0
w12	0,166666666666667
w13	0,388888888888889
w14	0
w21	0,277777777777778
w31	0
w32	0,166666666666667
u1	0,544444444444445
w22	0
u2	0,344444444444444

Μεταβελτιστοποίηση λύσης

Ακολουθεί η ανάλυση μεταβελτιστοποίησης με την μεγιστοποίηση της χρησιμότητας των τριών κριτηρίων g_1 , g_2 , g_3 . Από την παραπάνω λύση παρατηρούμε ότι όλα τα σφάλματα (υπερεκτίμησης και υποεκτίμησης) ισούνται με το μηδέν οπότε αφού δεν επηρεάζουν το αποτέλεσμα μπορούν να παραληφθούν.

Μεγιστοποίηση 1⁰⁰ κριτηρίου (g₁)

LPsolve IDE - 5.5.0.5 - C:\Program Files\LPsolve IDE\examples\askisi3-1-w1.lp

```

1 /* Objective function */
2 max: w11 + w12 + w13 +w14 ;
3 /* ( C1 ) ( C2 ) ( C3 ) */
4
5 /* Variable bounds */
6 c1: w11 + w12 + w13 + 0.6 w14 + w21 + w31 + w32 - u1 >= 0 ; /* A1 180 B A NAI*/
7 c2: w11 + w12 + w13 + w14 + w21 + w31 - u1 >= 0 ; /* A2 200 B B NAI*/
8 c4: w11 + 0.6 w12 + w21 + w22 + w31 + w32 - u1 >= 0 ; /* A4 80 A A NAI*/
9
10 c6: - w11 - 0.4 w12 - w31 + u2 >= 0.1 ; /* A6 70 I B OXI*/
11 c7: - w11 - w12 - 0.2 w13 + u2 >= 0.1 ; /* A7 120 I I OXI*/
12
13 c3a: -0.8 w11 - w21 - w22 - w31 - w32 + u1 >= 0.1 ; /* A3 40 A A ?*/
14 c3b: 0.8 w11 + w21 + w22 + w31 + w32 - u2 >= 0.1 ;
15
16 c5a: - w11 - w12 - w21 + u1 >= 0.1 ; /* A5 100 B I ?*/
17 c5b: w11 + w12 + w21 - u2 >= 0.1 ;
18
19 c0: w11 + w12 + w13 + w14 + w21 + w22 + w31 + w32 = 1 ;
20
21 c10: u1 - u2 >= 0.11 ;

```

Log Messages

There were 2 refactorizations, 0 triggered by time and 0 by density.
... on average 6.0 major pivots per refactorization.
The largest [LUSOL v2.2.1.0] fact(B) had 42 NZ entries, 0.9x largest basis.
The constraint matrix inf-norm is 1, with a dynamic range of 5.
Time to load data was 0.000 seconds, presolve used 0.078 seconds,
... 0.015 seconds in simplex solver, in total 0.093 seconds.

95:1 ITE: 11 INV: 6 TME: 0,09

Λύση 1ου κριτηρίου

LPsolve IDE - 5.5.0.5 - C:\Program Files\LPsolve IDE\examples\askisi3-1-w1.lp

File Edit Search Action View Options Help

Source Matrix Options Result

Objective Constraints Sensitivity

Variables	result
	0,7
w11	0,5
w12	0
w13	0
w14	0,2
w21	0,2
w31	0
w32	0,09999999999999999
u1	0,8
w22	0
u2	0,6

Μεγιστοποίηση 2ου κριτηρίου (g2)

The screenshot shows the LPSolve IDE interface with the following LP model code in the Source window:

```

1 /* Objective function */
2 max: w21 + w22 ;
3 /* ( C1 ) ( C2 ) ( C3 ) */
4
5 /* Variable bounds */
6 c1: w11 + w12 + w13 + 0.6 w14 + w21 + w31 + w32 - u1 >= 0 ; /* A1 180 B A NAI*/
7 c2: w11 + w12 + w13 + w14 + w21 + w31 - u1 >= 0 ; /* A2 200 B B NAI*/
8 c4: w11 + 0.6 w12 + w21 + w22 + w31 + w32 - u1 >= 0 ; /* A4 80 A A NAI*/
9
10 c6: - w11 - 0.4 w12 - w31 + u2 >= 0.1 ; /* A6 70 I B OXI*/
11 c7: - w11 - w12 - 0.2 w13 + u2 >= 0.1 ; /* A7 120 I I OXI*/
12
13 c3a: -0.8 w11 - w21 - w22 - w31 - w32 + u1 >= 0.1 ; /* A3 40 A A ?*/
14 c3b: 0.8 w11 + w21 + w22 + w31 + w32 - u2 >= 0.1 ;
15
16 c5a: - w11 - w12 - w21 + u1 >= 0.1 ; /* A5 100 B I ?*/
17 c5b: w11 + w12 + w21 - u2 >= 0.1 ;
18
19 c0: w11 + w12 + w13 + w14 + w21 + w22 + w31 + w32 = 1 ;
20
21 c10: u1 - u2 >= 0.11 ;
  
```

The Log window shows the following solver output:

```

There were 2 refactorizations, 0 triggered by time and 0 by density.
... on average 7.0 major pivots per refactorization.
The largest [LUSOL v2.2.1.0] fact(B) had 41 NZ entries, 1.0x largest basis.
The constraint matrix inf-norm is 1, with a dynamic range of 5.
Time to load data was 0.000 seconds, presolve used 0.047 seconds,
... 0.078 seconds in simplex solver, in total 0.125 seconds.
  
```

The status bar at the bottom indicates: 15:2 ITE: 13 INW: 6 TME: 0,12

Λύση 2ου κριτηρίου

The screenshot shows the LPSolve IDE interface with the Result window open, displaying the optimal solution for the LP model:

Variables	result
	0,733333333333333
w21	0,566666666666666
w22	0,166666666666667
w11	0
w12	0,166666666666667
w13	0,1
w14	0
w31	0
w32	0
u1	0,833333333333333
u2	0,633333333333333

Μεγιστοποίηση 3ου κριτηρίου (g3)

The screenshot shows the LPSolve IDE interface with the source code of a linear programming problem. The code defines an objective function, variable bounds, and constraints. The log window below shows the solver's performance metrics.

```

1 /* Objective function */
2 max: w31 + w32 ;
3 /* ( C1 ) ( C2 ) ( C3 ) */
4
5 /* Variable bounds */
6 c1: w11 + w12 + w13 + 0.6 w14 + w21 + w31 + w32 - u1 >= 0 ; /* A1 180 B A NAI*/
7 c2: w11 + w12 + w13 + w14 + w21 + w31 - u1 >= 0 ; /* A2 200 B B NAI*/
8 c4: w11 + 0.6 w12 + w21 + w22 + w31 + w32 - u1 >= 0 ; /* A4 80 A A NAI*/
9
10 c6: - w11 - 0.4 w12 - w31 + u2 >= 0.1 ; /* A6 70 I B OXI*/
11 c7: - w11 - w12 - 0.2 w13 + u2 >= 0.1 ; /* A7 120 I I OXI*/
12
13 c3a: -0.8 w11 - w21 - w22 - w31 - w32 + u1 >= 0.1 ; /* A3 40 A A ?*/
14 c3b: 0.8 w11 + w21 + w22 + w31 + w32 - u2 >= 0.1 ;
15
16 c5a: - w11 - w12 - w21 + u1 >= 0.1 ; /* A5 100 B I ?*/
17 c5b: w11 + w12 + w21 - u2 >= 0.1 ;
18
19 c0: w11 + w12 + w13 + w14 + w21 + w22 + w31 + w32 = 1 ;
20
21 c10: u1 - u2 >= 0.11 ;
  
```

Log Messages:

```

There were 2 refactorizations, 0 triggered by time and 0 by density.
... on average 6.5 major pivots per refactorization.
The largest [LUSOL v2.2.1.0] fact(B) had 42 NZ entries, 1.0x largest basis.
The constraint matrix inf-norm is 1, with a dynamic range of 5.
Time to load data was 0.000 seconds, presolve used 0.000 seconds,
... 0.000 seconds in simplex solver, in total 0.000 seconds.
  
```

31:1 ITE: 12 INV: 6 TIME: 0,00

Λύση 3ου κριτηρίου

The screenshot shows the LPSolve IDE interface with the result window open. The result window displays the optimal solution values for the variables.

Variables	result
	0,453846153846154
w31	0,207692307692308
w32	0,246153846153846
w11	0
w12	0,346153846153846
w13	0
w14	0
w21	0,2
u1	0,753846153846154
w22	0
u2	0,446153846153846

Αφού επιλυθούν τα γραμμικά προβλήματα μεγιστοποίησης του κάθε κριτηρίου τότε ως λύση προκρίνεται ο μέσος όρος των λύσεων

	w_{11}	w_{12}	w_{13}	w_{14}	w_{21}	w_{22}	w_{31}	w_{32}	u_1	u_2
$[\max]u(g_1)$	0,5	0	0	0,2	0,2	0	0	0,09	0,8	0,6
$[\max]u(g_2)$	0	0,16	0,1	0	0,56	0,16	0	0	0,83	0,63
$[\max]u(g_3)$	0	0,346	0	0	0,2	0	0,2	0,24	0,75	0,44
Average	0,167	0,169	0,033	0,067	0,320	0,053	0,067	0,110	0,793	0,557

Σημείωση : Στον παραπάνω πίνακα έγιναν στρογγυλοποιήσεις.

Τα καταστήματα με χρησιμότητα μικρότερη του 0,557 ανήκουν στην κατηγορία **(OXI)**. Ενώ καταστήματα με χρησιμότητα από 0,557 έως 0,793 ανήκουν στην κατηγορία **(?)**. Με χρησιμότητα άνω του 0,793 κατατάσσονται στην κατηγορία **(NAI)**.

Τα καταστήματα προς αξιολόγηση είναι τα εξής :

Κωδικός Καταστήματος	Τζίρος(χιλ. €) g_1	Κατάστημα g_2	Μάνατζμεντ g_3
K1	40	A	B
K2	130	Γ	A
K3	80	B	A
K4	30	A	A
K5	70	B	Γ
K6	150	Γ	Γ
K7	60	B	B
K8	180	Γ	B

Από τον παραπάνω πίνακα προκύπτει ο ακόλουθος όπου με γραμμική παρεμβολή υπολογίζονται τα βάρη των w_{ij}

Κωδικός Καταστήματος	w_{11}	w_{12}	w_{13}	w_{14}	w_{21}	w_{22}	w_{31}	w_{32}
K1	0,8	0	0	0	1	1	1	0
K2	1	1	0,6	0	0	0	1	1
K3	1	0,6	0	0	1	0	1	1
K4	0,6	0	0	0	1	1	1	1
K5	1	0,4	0	0	1	0	0	0
K6	1	1	1	0	0	0	0	0
K7	1	0,2	0	0	1	0	1	0
K8	1	1	1	0,6	0	0	1	0

Με την αντικατάσταση των w_{ij} (με την μέση λύση για το καθένα όπως έχει υπολογιστεί) θα προκύψει ένας αριθμός για κάθε κατάστημα που συγκρινόμενος με το u_1 και u_2 θα μας δώσει την κατηγορία που ανήκει.

Ο υπολογισμός της χρησιμότητας του κάθε καταστήματος υπολογίζεται ως εξής :

$$K1 = 0,8w_{11}+0w_{12}+0w_{13}+0w_{14}+1w_{21}+1w_{22}+1w_{31}+0w_{32} = 0,573333$$

$$K2 = 1w_{11}+1w_{12}+0,6w_{13}+0w_{14}+0w_{21}+0w_{22}+1w_{31}+1w_{32} = 0,532$$

$$K3 = 1w_{11}+0,6w_{12}+0w_{13}+0w_{14}+1w_{21}+0w_{22}+1w_{31}+1w_{32} = 0,764533$$

$$K4 = 0,6w_{11}+0w_{12}+0w_{13}+0w_{14}+1w_{21}+1w_{22}+1w_{31}+1w_{32} = 0,65$$

$$K5 = 1w_{11}+0,4w_{12}+0w_{13}+0w_{14}+1w_{21}+0w_{22}+0w_{31}+0w_{32} = 0,554133$$

$$K6 = 1w_{11}+1w_{12}+1w_{13}+0w_{14}+0w_{21}+0w_{22}+0w_{31}+0w_{32} = 0,368667$$

$$K7 = 1w_{11}+0,2w_{12}+0w_{13}+0w_{14}+1w_{21}+0w_{22}+1w_{31}+0w_{32} = 0,587067$$

$$K8 = 1w_{11}+1w_{12}+1w_{13}+0,6w_{14}+0w_{21}+0w_{22}+1w_{31}+0w_{32} = 0,475333$$

Κατάταξη σε κατηγορίες

Κατά συνέπεια τα καταστήματα ταξινομούνται ως εξής :

$$(NAI) = \{ \} \quad \geq 0,793$$

$$(?) = \{ K1, K3, K4, K7 \} \quad 0,557 \geq \quad \& \quad < 0,793$$

$$(OXI) = \{ K2, K5, K6, K8 \} \quad < 0,557$$

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι κανένα κατάστημα δεν πληρεί τις προϋποθέσεις του αποφασίζων για να καταταχθεί στην πρώτη κατηγορία. Τα αμφιλεγόμενα ως προς συνεργασία καταστήματα φτάνουν τα τέσσερα όπως και τα απορριφθέντα.

4 Βιβλιογραφία

[1] Y. Siskos, E. Grigoroudis, and N. Matsatsinis. **UTA Methods**. In J. Figueira, S. Greco, and M. Ehrgott, editors, *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys*, volume 78 of *International Series in Operations Research & Management Science*, chapter 8, pages 297-344. Springer, New York, 2005.

[2] ΖΟΠΟΥΝΙΔΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ , **Ανάλυση και διαχείριση χρηματοοικονομικών κινδύνων**, ΕΚΔΟΣΕΙΣ: ΚΛΕΙΔΑΡΙΘΜΟΣ, ISBN: 9602093544

[3] Ψιμάρνη - Βούλγαρη Φωτεινή, **Χρηματοοικονομική και στατιστική ανάλυση της συμπεριφοράς των μεταποιητικών μικρομεσαίων επιχειρήσεων στην Ελλάδα**, Πολυτεχνείο Κρήτης. Τμήμα Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης, Χανιά, 2000

Ιστοσελίδες

<http://lpsolve.sourceforge.net/5.5/IDE.htm>